三角関数 (cos) の三倍角の公式

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

解説

$$\text{基本的関係}\quad \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\text{加法定理}\quad \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$2\,\text{倍角の公式}\quad \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1,\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

これらを使うと、以下のようにコサインの 3 倍角の公式が導き出せます。

$$\begin{aligned}
\cos 3\alpha &= \cos(\alpha + 2\alpha) \\
&= \cos\alpha\cos 2\alpha - \sin\alpha\sin 2\alpha \\
&= \cos\alpha\cos 2\alpha - 2\sin^2\alpha\cos\alpha \\
&= \cos\alpha(2\cos^2\alpha - 1) - 2(1 - \cos^2\alpha)\cos\alpha \\
&= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha
\end{aligned}$$